

Magistério de Matemática

Resolução da Prova do município de Belford Roxo 2011



Banca CEPERJ

Belford Roxo 2011

11. A negação da sentença “Todos os políticos são desonestos” é:

- A) nenhum político é desonesto
- B) todos os políticos não são desonestos
- C) alguns políticos são desonestos
- D) algum político é desonesto
- E) pelo menos um político é honesto

Belford Roxo 2011

12. Os números x e y são tais que $10 \leq x \leq 30$ e $40 \leq y \leq 60$. O maior valor possível da expressão $\frac{x}{y}$ é:

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{3}{4}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{1}{6}$

maior valor de $x = 30$

menor valor de $y = 40$

$$\frac{x}{y} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$$

Belford Roxo 2011

13. A negação da sentença “Ana não voltou e foi ao cinema” é:

- A) “Ana voltou ou não foi ao cinema”
- B) “Ana não voltou e não foi ao cinema”
- C) “Ana não voltou ou não foi ao cinema”
- D) “Ana não voltou ou foi ao cinema”
- E) “Ana não voltou e foi ao cinema”

$$\sim(p \text{ e } q) = \sim p \text{ ou } \sim q$$

Belford Roxo 2011

14) Duas velas cilíndricas de mesma altura são acesas ao mesmo tempo. Sabe-se que uma delas é consumida em 6 horas e a outra, em 2 horas. Admitindo que cada uma das velas queima a uma velocidade constante, então a razão entre as alturas das velas estará na razão 1 para 3 após:

- a) 1 hora
- b) 1 hora e 15 minutos
- c) 1 hora e 20 minutos
- d) 1 hora e 30 minutos
- e) 1 hora e 45 minutos

altura = x

1ª

2ª

$\frac{x}{6}$

$\frac{x}{2}$

$$x - \frac{x}{6} \cdot t = 3 \cdot \left(x - \frac{x}{2} t \right) \Rightarrow x - \frac{xt}{6} = 3x - \frac{3xt}{2} \Rightarrow x - 3x = \frac{xt}{6} - \frac{3xt}{2} \Rightarrow 1 - 3 = \frac{t}{6} - \frac{3t}{2}$$

$$-2 = \frac{t}{6} - \frac{3t}{2} \Rightarrow -12 = t - 9t \Rightarrow 8t = 12 \Rightarrow t = 1,5 \Rightarrow 1 \text{ hora e } 30 \text{ minutos}$$

Belford Roxo 2011

15. Rafael comprou um saco de balas e vai distribuí-las entre seus alunos. Ao fazer a distribuição, percebeu que, se desejasse dar 15 balas para cada aluno, faltariam 25 balas e caso desejasse distribuir 12 balas para cada aluno, sobriam 11 balas. Com base nas informações acima, a quantidade de balas que Rafael possui para distribuir entre seus alunos é de:

- A) 12
- B) 23
- C) 144
- D) 155
- E) 180

Número de balas = x

$4x$

$$\frac{x}{15} - 25 = \frac{x}{12} - 11 \qquad \frac{x}{15} - \frac{x}{12} = 14$$

Belford Roxo 2011

16 . Considere as seguintes sentenças:

I- Os gatos são pretos e os cachorros são brancos.

II- Se todos os gatos são brancos, não há gatos na varanda.

III Não é verdade que os gatos são pretos e que há gatos na varanda.

Admitindo-se que todas essas sentenças sejam verdadeiras, é correto afirmar que:

- a) Os gatos são brancos.
- b) Não há gatos na varanda.
- c) Todos os gatos estão na varanda.
- d) Os cachorros estão na varanda.
- e) Os gatos são pretos ou os cachorros são brancos.

Belford Roxo 2011

17. Beatriz, Carmem e Diana são esposas de Eduardo, Felipe e Gabriel, mas não necessariamente nessa ordem. Sabe-se que:

- I- Eduardo é marido da mulher mais jovem.
- II- Beatriz é mais velha que a esposa de Felipe.
- III- As três mulheres citadas têm idade distintas.
- IV- Não há bigamia entre os casais.

Com base nessas informações é correto afirmar que:

- a) Eduardo é marido de Beatriz.
- b) Beatriz é mais jovem que Carmem.
- c) Diana é esposa de Felipe.
- d) Gabriel é marido de Carmem.
- e) Beatriz é a esposa de Gabriel.

Belford Roxo 2011

18. Em uma cidade do interior, 84% dos moradores de um pequeno distrito dessa cidade são alfabetizados. Se a prefeitura alfabetizasse mais 30 pessoas dessa localidade, o percentual de alfabetizados subiria para 90%. Com base nesses dados, o total de pessoas desse distrito que não estão alfabetizados é:

- a) 85
- b) 58
- c) 80
- d) 48
- e) 38

$\frac{84x}{100}$ são alfabetizados

$$0,84x + 30 = 0,9x \quad \Rightarrow \quad 30 = 0,06x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{30}{0,06} = \frac{3000}{6} = 500$$

$$500 \cdot \frac{16}{100} = 80$$

Belford Roxo 2011

19. Em uma prova de concurso, cada questão acertada por um candidato vale 10 pontos, e cada questão errada faz com que lhe sejam retirados 4 pontos. Se a prova tem 50 questões e um candidato obtém um total de 332 pontos, esse candidato errou:

- a) 12 questões
- b) 19 questões
- c) 25 questões
- d) 28 questões
- e) 38 questões

$$\begin{cases} x + y = 50 & (4) \\ 10x - 4y = 332 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 4y = 200 \\ 10x - 4y = 332 \end{cases}$$

$$14x = 532 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{532}{14} = 38$$

Logo, errou 12 questões.

Belford Roxo 2011

20. Regina e Rogério começam a trabalhar no mesmo dia em uma empresa. De acordo com a escala de trabalho, Regina trabalha 3 dias e folga 1, e Rogério trabalha 7 dias e folga 3. Sendo assim, no espaço de um ano, o número de dias em que Regina e Rogério estarão de folga juntos é:

a) 16 *Regina folga nos dias (4,8,12, ...)*

b) 18

c) 36

d) 48 *Rogério folga nos dias (8,18,28,38,48,..)*

e) 54

(9,19,29,39 ...)

(10,20,30, ...)

18

18

(8,18,28, ... 358)

$$an = a1 + (n - 1).r$$

$$358 = 8 + (n - 1).10$$

$$358 = 8 + 10n - 10$$

$$n = \frac{360}{10} = 36$$

(10,20,30, ... 360)

$$360 = \cancel{10} + 10n - \cancel{10}$$

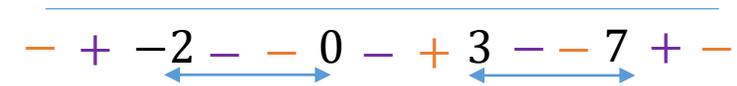
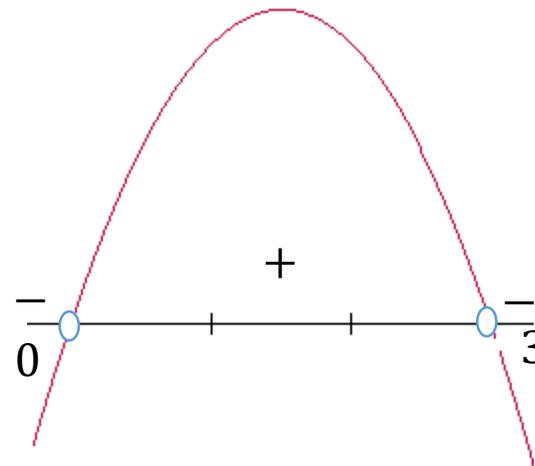
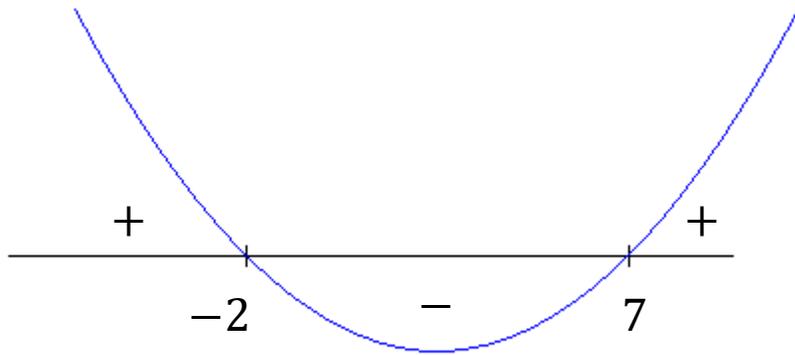
$$n = \frac{360}{10} = 36$$

Belford Roxo 2011

31. O conjunto solução da inequação em \mathbb{R} : $\frac{x^2 - 5x - 14}{-x^2 + 3x} \geq 0$ é:

- A) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leq 2 \text{ ou } 3 < x \leq 6\}$
- B) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 0 \text{ ou } 3 < x \leq 7\}$
- C) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leq 2 \text{ ou } -3 < x \leq 6\}$
- D) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 > x \geq 2 \text{ ou } 3 < x \leq 6\}$
- E) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 > x \geq 2 \text{ ou } 3 > x \geq 6\}$

$$\frac{(x - 7)(x + 2)}{-x(x - 3)} \geq 0$$



$$-2 \leq x < 0 \text{ ou } 3 < x \leq 7$$

Belford Roxo 2011

32. Num encontro de dirigentes esportivos, foi aprovada a realização de um torneio A de futebol, que aconteceu pela primeira vez, 2 anos depois, e, posteriormente, a cada 9 anos. No mesmo encontro, foi aprovada a realização de um torneio B, que ocorreu pela primeira vez somente 9 anos depois, acontecendo, posteriormente, a cada 7 anos. Dessa forma, a partir da aprovação, os dois torneios ocorreram pela primeira vez no mesmo ano, após:

- A) 50 anos (2,11,20,29,38,47,56,65, ...)
B) 55 anos
C) 58 anos (9,16,23,30,37,44,51,58,65,72,79)
D) 60 anos
E) 65 anos

$$9n - 7 = 7x + 2$$

$$9n = 9 + 7x$$

$$n = \frac{9}{9} + \frac{7x}{9} \rightarrow x = 9$$

$$n = 1 + 7$$

$$n = 8$$

$$an = a1 + (n - 1).r$$

$$an = 9 + (x - 1).7$$

$$an = 2 + (n - 1).9$$

$$an = 9 + 7x - 7$$

$$an = 2 + 9n - 9$$

$$an = 7x + 2$$

$$an = 9n - 7$$

Belford Roxo 2011

33. O ponto $A(m^2 - 2m - 15, -2)$ pertence ao eixo y , e o ponto $B(3, m^2 - 7m + 10)$ pertence ao eixo x . O valor de m é:

- a) -2
- b) -3
- c) 5
- d) 2
- e) 7

$$m^2 - 2m - 15 = 0$$

$$m^2 - 7m + 10 = 0$$

$$(m - 5)(m + 3) = 0$$

$$(m - 5)(m - 2) = 0$$

$$m' = 5 \quad m'' = -3$$

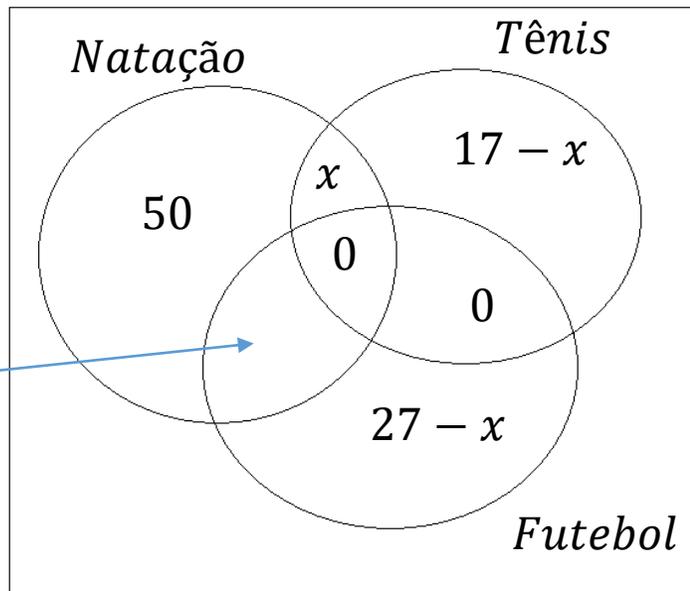
$$m' = 5 \quad m'' = 2$$

Logo, $m = 5$

Belford Roxo 2011

34. Um clube oferece a seus associados aulas de 3 modalidades de esportes: natação, tênis e futebol. Nenhum associado pode se inscrever simultaneamente em tênis e futebol, pois, por problemas administrativos, as aulas desses dois esportes serão dadas no mesmo horário. Encerradas as inscrições, verificou-se que: dos 85 inscritos em natação, 50 só farão natação; o total de inscritos para as aulas de tênis foi 17 e, para futebol, de 38; o número de inscritos só para as aulas de futebol excede em 10 o número de inscritos só para as de tênis. O número de associados que se inscreveram simultaneamente para as aulas de futebol e natação é:

- A) 23
- B) B) 22
- C) C) 11
- D) D) 35
- E) E) 18



$$x + 38 - (27 - x) + 50 = 85$$

$$38 - (27 - x)$$

$$x + 38 - 27 + x + 50 = 85$$

$$38 - 15 = 23$$

$$2x + 88 - 27 = 85$$

$$2x = 85 + 27 - 88$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

Belford Roxo 2011

35. Considere verdadeiras as 3 seguintes afirmações:

I - Todos os amigos de João são amigos de Mário.

II - Mário não é amigo de qualquer amigo de Paulo.

III - Antônio só é amigo de todos os amigos de Roberto. Se Roberto é amigo de Paulo, então:

- ~~a) Antônio é amigo de Mário.~~
- ~~b) João é amigo de Roberto.~~
- ~~c) Mário é amigo de Roberto.~~
- d) Antônio não é amigo de João.
- ~~e) Antônio é amigo de João.~~

Mário não é amigo de Roberto.

Antônio não é amigo de Mário.

João não é amigo de Roberto.

Antônio não é amigo de Mário e nem de João.

Belford Roxo 2011

36. Simplificando a expressão $\frac{6,75 + 3,25:0,5}{6,4 - 2,5 \cdot 1,5}$, tem-se

- a) 3,4
- b) 1,25
- c) 25
- d) 5
- e) 4,5

$$\frac{675 + 325 \cdot 2}{640 - 25 \cdot 15} = \frac{675 + 650}{640 - 375} = \frac{1325}{265} = 5$$

Belford Roxo 2011

37. um artigo é vendido em três embalagens, conforme mostra o quadro abaixo.

Tamanho	Volume	Preço
Médio	300 ml	R\$ 55,00
Grande	1,25 litros	R\$ 200,00
Gigante	2 litros	R\$ 350,00

As embalagens mais e menos econômicas são, respectivamente:

- a) Gigante e média
- b) Gigante e grande
- c) Grande e média
- d) Média e grande
- e) Média e gigante

$$\text{médio } 100 \text{ ml} = \frac{55}{3}$$

$$\text{grande } 100 \text{ ml} = \frac{200}{12,5} = \frac{2000}{125}$$

$$\text{gigante } 100 \text{ ml} = \frac{350}{20}$$

$$\text{médio } 100 \text{ ml} = R\$18,33$$

$$\text{grande } 100 \text{ ml} = R\$16,00$$

$$\text{gigante } 100 \text{ ml} = R\$17,50$$

Belford Roxo 2011

38. Simplificando a expressão $\frac{3^{n-1} + 3^{n-2} + 3^{n-3}}{3^{n+2} + 3^{n+1} + 3^n}$, $n \in \mathbb{Z}$ o resultado é

a) $\frac{1}{25}$

b) $\frac{1}{27}$

c) $\frac{3}{31}$

d) $\frac{3}{23}$

e) $\frac{1}{3}$

$$\frac{3^{-1} + 3^{-2} + 3^{-3}}{3^2 + 3^1 + 1} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27}}{13} = \frac{\frac{9 + 3 + 1}{27}}{13} = \frac{\frac{13}{27}}{13} = \frac{13}{27} \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{27}$$

Belford Roxo 2011

39. A cada ano que passa o valor de um veículo automotor diminui de 10 % em relação ao seu valor no ano anterior. Se p for o valor do veículo no 1º ano, o seu valor no 6º ano será:

a) $(0,1)^5 \cdot p$

$p \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9$

b) $5 \cdot 0,1p$

$(0,9)^5 \cdot p$

c) $(0,9)^5 \cdot p$

d) $6 \cdot 0,9p$

e) $6 \cdot 0,1p$

Belford Roxo 2011

40. Um trabalhador gasta com o aluguel de sua casa 25% do seu salário. Se o salário é corrigido com um aumento de 25% e o aluguel com um aumento de 35%, então o novo aluguel passará a consumir do novo salário a porcentagem de:

- a) 25%
- b) 35%
- c) 28%
- d) 37%
- e) 27%

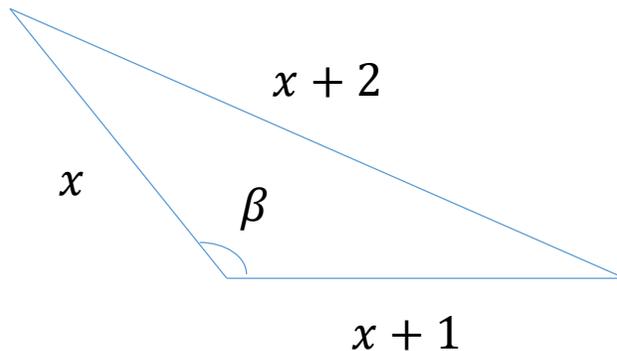
$$\begin{array}{l} \text{Salário} = x \qquad 1,25x \\ \text{Aluguel} = 0,25x \qquad 0,25x \cdot 1,35 \end{array} = \frac{1}{\cancel{25}} x \cdot \frac{27}{\cancel{100}} = \frac{27x}{80}$$

$$\frac{\frac{27x}{80}}{\frac{125x}{100}} = \frac{27}{80} \cdot \frac{\cancel{100}}{125} = \frac{270}{1000} = \frac{27}{100}$$

Belford Roxo 2011

41. Se os lados de um triângulo medem x , $x + 1$ e $x + 2$, então, para qualquer x real e maior que 1 o cosseno do maior ângulo interno desse triângulo é igual a:

- A) $\frac{x}{x+1}$
- B) $\frac{x+1}{x+2}$
- C) $\frac{x}{x+2}$
- D) $\frac{x-2}{3x}$
- E) $\frac{x-3}{2x}$



$$(x + 2)^2 = x^2 + (x + 1)^2 - 2 \cdot x \cdot (x + 1) \cdot \cos\beta$$

$$\cancel{x^2} + 4x + 4 = \cancel{x^2} + x^2 + 2x + 1 - 2x \cdot (x + 1) \cdot \cos\beta$$

$$-x^2 + 2x + 3 = -2x(x + 1) \cdot \cos\beta$$

$$x^2 - 2x - 3 = 2x(x + 1) \cdot \cos\beta$$

$$\cos\beta = \frac{\cancel{(x+1)}(x-3)}{2x \cdot \cancel{(x+1)}} = \frac{x-3}{2x}$$

Magistério de Matemática

Resolução da Prova do município de Belford Roxo 2011



Banca CEPERJ

Parte II

Belford Roxo 2011

42. No triângulo ABC tem – se que $\hat{B}AC$ mede 80° , $\hat{A}BC$ mede 40° e $BC = 4$ cm. Se $\text{sen } 20^\circ = k$, então a medida de AC , em centímetros, é dada por:

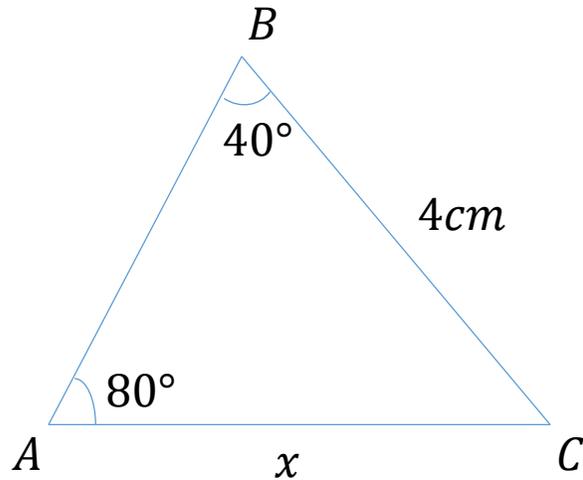
a) 2

b) $\frac{4}{k}$

c) $\frac{2}{1-2k^2}$

d) $\frac{2\sqrt{1-2k^2}}{1-2k^2}$

e) $\frac{2(1-k)}{1-2k}$



$$\cos^2 x + \text{sen}^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = 1 - k^2$$

$$\frac{x}{\text{sen}40^\circ} = \frac{4}{\text{sen}80^\circ}$$

$$\text{sen}(40 + 40) = 2 \cdot \text{sen}40^\circ \cdot \text{cos}40^\circ$$

$$\text{cos}(20^\circ + 20^\circ) = \text{cos}^2 20^\circ - \text{sen}^2 20^\circ$$

$$4 \cdot \text{sen}40^\circ = \text{sen}80^\circ \cdot x$$

$$x = \frac{4 \cdot \text{sen}40^\circ}{\text{sen}80^\circ}$$

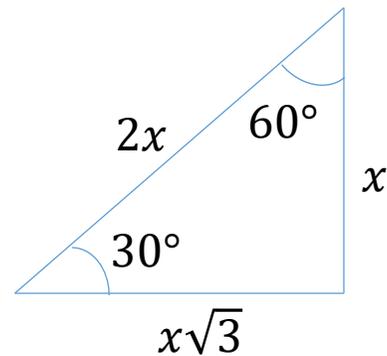
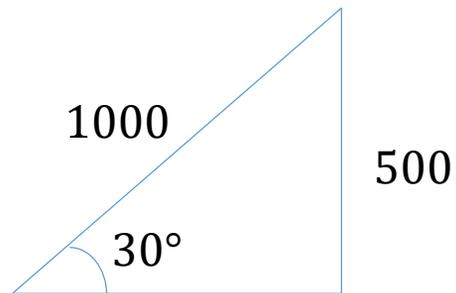
$$x = \frac{4 \cdot \cancel{\text{sen}40^\circ}}{2 \cdot \cancel{\text{sen}40^\circ} \cdot \text{cos}40^\circ} = \frac{2}{\text{cos}40^\circ} = \frac{2}{\text{cos}^2 20^\circ - k^2} = \frac{2}{1 - k^2 - k^2}$$

$$= \frac{2}{1 - 2k^2}$$

Belford Roxo 2011

44. Um avião decola, percorrendo uma trajetória retilínea, formando com o solo um ângulo de 30° . (Suponha que a região sobrevoada pelo avião seja plana). Depois de percorrer 1000 metros, a altura atingida pelo avião, em metros, é:

- a) 500m
- b) 750m
- c) 1000m
- d) 1250m
- e) 1500m



Belford Roxo 2011

45. O conjunto solução da equação $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 6$ é:

a) $S = \{2, -3\}$

b) $S = \{2, 3\}$

c) $S = \{-2, 3\}$

d) $S = \{-3\}$

e) $S = \{2\}$

$$\frac{(n+1) \cdot \cancel{n} \cdot \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = 6$$

$$n^2 + n - 6 = 0$$

$$(n+3)(n-2) = 0$$

$$n = -3 \text{ e } n = 2$$

$$S = \{2\}$$

Belford Roxo 2011

46. Em um curso de espanhol estudam vinte alunos, sendo doze rapazes e oito moças. O professor quer formar uma equipe de quatro alunos para intercâmbio em outro país. O número de equipes de dois rapazes e duas moças que podem ser formadas é:

- a) 625
- b) 1848
- c) 1787
- d) 648
- e) 878

$$C_{12,2} = \frac{12!}{10! 2!} = \frac{\overset{6}{\cancel{12}} \cdot \cancel{11} \cdot \cancel{10!}}{\cancel{10!} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = 66$$

$$C_{8,2} = \frac{8!}{6! 2!} = \frac{\overset{4}{\cancel{8}} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = 28$$

$$28 \cdot 66 = 1848 \text{ possibilidades}$$

Belford Roxo 2011

47. Considere um cone reto tal que as medidas, em decímetros, do raio da base, da altura e da geratriz formam, nessa ordem, uma progressão aritmética de razão 4 dm. O volume desse cone, em decímetros cúbicos, é:

a) 2892π

$$g^2 = r^2 + h^2$$

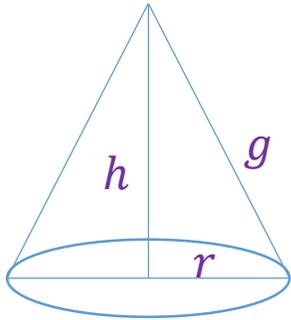
$$(r, h, g) \rightarrow (h - 4, h, h + 4)$$

b) 2304π

c) 1048π

d) 964π

e) 768π



$$(h + 4)^2 = (h - 4)^2 + h^2 \rightarrow \cancel{h^2} + 8h + \cancel{16} = \cancel{h^2} - 8h + \cancel{16} + h^2$$

$$h^2 - 16h = 0 \rightarrow h(h - 16) = 0 \quad V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 12^2 \cdot 16}{3} = \frac{\pi \cdot 144 \cdot 16}{3} = \pi \cdot 48 \cdot 16 =$$

$$= 768\pi$$

$$h = 0 \quad h - 16 = 0$$

$$h = 16$$

Belford Roxo 2011

48. Se P é o ponto de interseção das retas $x - y - 2 = 0$ e $\frac{1}{2}x + y = 3$, a área do triângulo de vértices $A(0,3)$, $B(2,0)$ e P é:

a) $1/3$
b) $5/3$
c) $8/3$
d) $10/3$
e) $20/3$

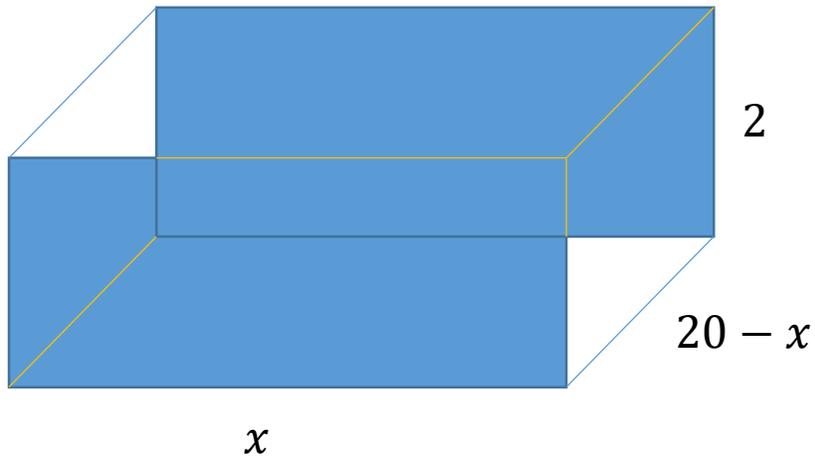
$$x - 2 = y \rightarrow \frac{x}{2} + x - 2 = 3 \rightarrow x + 2x - 4 = 6 \rightarrow 3x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{3}$$
$$\frac{10}{6} + y = 3 \rightarrow y = 3 - \frac{10}{6} \rightarrow y = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\begin{vmatrix} 10 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 10 + \frac{8}{3} + 0 - (6 + 0 + 0) = \frac{30 + 8 - 18}{3} = \frac{20}{3} \rightarrow A = \frac{|D|}{2} \rightarrow A = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

Belford Roxo 2011

49. Um engenheiro vai projetar uma piscina em forma de paralelepípedo reto retângulo, cujas medidas internas são, em metros, expressas por x , $20-x$ e 2 . O maior volume que essa piscina poderá ter, em metros cúbicos, é igual a:

- a) 240
- b) 220
- c) 200
- d) 150
- e) 100



$$V = x \cdot (20 - x) \cdot 2$$

$$V = -2x^2 + 40x$$

$$xv = -\frac{b}{2a} = \frac{40}{4} = 10$$

$$yv = -2 \cdot 10^2 + 40 \cdot 10$$

$$yv = -200 + 400 = 200$$

Belford Roxo 2011

50. Se existe um ângulo x tal que $\operatorname{sen} x = \frac{2}{m-1} \cdot \sqrt{m-2}$ e $\operatorname{tg} x = \sqrt{m-2}$ então a soma de todos os valores possíveis de m é igual a:

$$m \neq 1$$

a) 4
b) 6
c) 5
d) 7
e) 3

$$\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos}^2 x = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{m-1} \cdot \sqrt{m-2} \right)^2 + \operatorname{cos}^2 x = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{m-1} \cdot \sqrt{m-2} \right)^2 + \frac{\left(\frac{2}{m-1} \cdot \sqrt{m-2} \right)^2}{(\sqrt{m-2})^2} = 1$$
$$\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x} \Rightarrow \operatorname{cos} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{tg} x}$$

$$\frac{4}{(m-1)^2} \cdot (m-2) + \frac{\frac{4}{(m-1)^2} \cdot (m-2)}{m-2} = 1 \Rightarrow \frac{4}{(m-1)^2} \cdot (m-2) + \frac{4 \cdot (m-2)}{(m-1)^2} \cdot \frac{1}{m-2} = 1$$

$$4m - 8 + 4 = (m-1)^2 \Rightarrow 4m - 4 = m^2 - 2m + 1 \Rightarrow m^2 - 6m + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (m-1)(m-5) = 0 \Rightarrow m' = 1 \text{ e } m'' = 5 \quad \text{Logo, a soma dos valores é igual a 5.}$$